# A TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA EM CHEVALLARD: AS DEFORMAÇÕES/TRANSFORMAÇÕES SOFRIDAS PELO CONCEITO DE FUNÇÃO EM SALA DE AULA

MATOS FILHO, Maurício A. Saraiva de – UFRPE mmsaraiva@hotmail.com

MENEZES, Josinalva Estácio – UFRPE jomene@ded.ufrpe.br

SILVA, Ronald de Santana da – UFRPE ronaldss21@gmail.com

QUEIROZ, Simone Moura – UFRPE simonemq@hotmail.com

Área Temática: Teorias, Metodologias e Práticas Agência Financiadora: Não contou com financiamento

## Resumo

Neste trabalho apresentamos uma pesquisa que se propõe a realizar uma breve análise da abordagem dada ao conceito de função, pelo professor, no espaço de uma sala de aula da Educação de Jovens e Adultos (EJA). Neste sentido, o referencial teórico para a análise será a noção de Transposição Didática, desenvolvida por Chevallard (1991) no âmbito da Didática da Matemática de influência francesa. Apresentamos, ainda, uma breve abordagem histórica do conceito de função, algumas reflexões da influência do livro didático sobre o trabalho do professor e por fim como se apresenta a transposição didática interna realizada por um professor em uma aula de Matemática. Desta forma, para a pesquisa empírica, fizemos um estudo de caso, observando a aula de um professor, quando lançamos mão de dados coletados através de uma filmagem, frisando analisarmos a transposição didática interna realizada pelo professor na abordagem do conceito de função. E de uma entrevista com o professor realizada através de questionário com perguntas abertas. Assim, com base em observações, buscamos identificar a transposição didática realizada pelo professor ao abordar o conceito de função. Constatamos que o professor não desenvolve a idéia que relaciona a lei de formação da função com o gráfico, ou seja, o gráfico é anunciado pelo professor e alguns pontos ligados formam o mesmo. Outro ponto observado é em relação aos termos usados. O professor referese a "reta" e escreve no quadro "segmento de reta", de modo que pode confundir os alunos. O professor, ao fazer a transposição, portanto, descaracteriza os conceitos.

Palavras-chave: Transposição Didática; Função; Livro Didático.

## Introdução

A Didática da Matemática surge como uma área de investigação no processo de ensino e de aprendizagem dos conceitos da Matemática, a partir da década de 60, quando da criação dos Institutos de Pesquisa em Educação Matemática (IREM) na França (BRITO MENEZES, 2007).

Dentre os estudos desenvolvidos pela Didática da Matemática, destaca-se, a Teoria das Situações Didáticas desenvolvida por Guy Brousseau, que é citada por vários pesquisadores, como uma referência para o processo de aprendizagem matemática em sala de aula e a reflexão sobre Transposição Didática proposta por Yves Chevallard (1991).

Desenvolvida por Brousseau (2000), a Teoria das Situações Didáticas se apresenta atualmente como um instrumento científico, que tende a unificar e a integrar as contribuições das outras disciplinas na perspectiva de dar uma melhor compreensão das possibilidades de melhoramento e de regulamentação do ensino de matemática.

O espaço da sala de aula é caracterizado de acordo com a Teoria das Situações Didáticas pela tríade professor, aluno e o saber, e esses três elementos são os componentes principais de um sistema didático. Conforme Brito Menezes (2006) a relação dessa tríade (professor-aluno-saber) constitui uma relação triangular, que é denominada por Brousseau como Triângulo das Situações Didáticas.

Freitas (1999) destaca, ainda, que é possível relacionar na estrutura teórica das situações didáticas uma série de outras teorias das quais o contrato didático, os obstáculos epistemológicos, dialética ferramenta-objeto, transposição didática são exemplos.

Yves Chevallard (1991) examina que o saber não chega à sala de aula tal qual ele foi produzido no contexto científico. Ele passa por um processo de transformação, que implica em lhe dar uma "roupagem didática" para que ele possa ser ensinado. Isso acontece porque o objetivo da comunidade científica e da escola é diferente. À Ciência cabe o papel de responder as perguntas que são formuladas e necessárias de serem respondidas em um determinado contexto histórico e social. Por outro lado, esses novos saberes precisam ser comunicados à comunidade científica, em um primeiro plano, e à própria sociedade, em um segundo plano.

Nesse processo de comunicação dos saberes, existem também aqueles que são selecionados como saberes que devem ser ensinados, que devem adentrar a sala de aula e

serem socializados naquela instituição. Estes têm por objetivo, como diz Brousseau (1986), fazer com que os alunos se apropriem de saberes constituídos ou em vias de constituição. É então que entra em cena a Transposição Didática. Esse processo diz respeito à passagem do Saber de uma Instituição à outra; passagem esta que imprime novas formas a esse saber, e que consiste em etapas distintas. O livro didático constitui-se então numa destas instituições. Sendo ferramenta básica para o professor, a partir dele o docente transpõe os saberes que vai considerar fundamentais e fazer nova transposição, por sua vez, para os alunos.

Desta forma, esta pesquisa se propõe a realizar uma breve análise da abordagem dada ao conceito de função, pelo professor, no espaço de uma sala de aula da Educação de Jovens e Adultos. Neste sentido, o referencial teórico para a análise será a noção de Transposição Didática, desenvolvida por Chevallard (1991) no âmbito da Didática da Matemática de influência francesa.

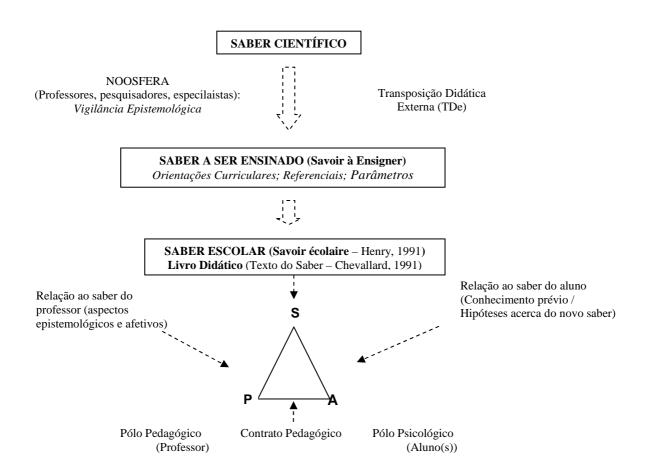
## A Transposição Didática

O estudo da Transposição Didática por Chevallard se insere num campo maior de estudo: a Didática da Matemática. O próprio Chevallard (CHEVALLARD, BOSCH e GASCÓN, 2001) propõe que a Didática da Matemática é uma Ciência e, como tal, tem o Sistema de Ensino como seu objeto de estudo.

Chevallard (1991) reflete que a Transposição Didática é feita por uma Instituição 'invisível', uma 'esfera pensante' que ele nomeou de Noosfera. Tal instituição é formada por pesquisadores, técnicos, professores, especialistas, enfim, por aqueles que ligados a outras Instituições: Universidades, Ministérios de Educação, Redes de Ensino; que irão definir que saberes devem ser ensinados e com que roupagem eles devem chegar à sala de aula. No Brasil, o resultado do trabalho da Noosfera aparece nos Referenciais Curriculares (MEC, 1997, 2006), nos documentos que trazem as diretrizes curriculares e orientam o ensino de uma determinada disciplina científica.

Conforme ilustramos neste documento (ilustração 1) a trajetória do saber, do momento em que o mesmo é produzido (Saber Científico), até chegar à porta da escola (Saber a ser Ensinado), e por fim um saber ensinado (dentro da Sala de Aula). Esta última etapa expressa o momento em que acontece o que Chevallard (1991) chamou de *trabalho interno de transposição*, que tem no professor o responsável por esse novo momento de transformação

do saber.



Iustração1 - Esquema da trajetória do Saber na Transposição Didática

Nesse processo de transposição didática interna é o professor que vai transformar esse saber para os alunos, negociando com eles a sua gestão, os papéis que cada um deverá assumir, para que esse saber possa ser ensinado e aprendido (BRITO MENEZES, 2007). Neste sentido o professor imbui o saber a ser ensinado com seus aspectos particulares, subjetivos. Que segundo Câmara dos Santos (1995, 1997a apud BRITO MENEZES, 2006) "o

professor dá uma nova roupagem ao saber, cria um texto didático impregnado pela sua relação ao saber e pela sua subjetividade."(p. 85).

Neste sentido, a pesquisa analisou qual a relação do professor sujeito da pesquisa com o conceito de função. Como esse professor reescreveu, transformou esse conceito, ou seja, como foi construído o seu *metatexto*<sup>1</sup> (CHEVELLARD, 1991).

## Breve abordagem sobre a história das funções na matemática

O saber matemático formalizado que atualmente conhecemos e divulgamos em nossa prática docente, não foi construído de uma hora para outra, em um momento único e isolado. Foi construído ao logo da própria história da humanidade por necessidade de grupos sociais. Esses saberes sofreram ao logo dessa trajetória transformações, deformações e distorções.

O conceito de *função*, tal qual o concebemos hoje, não fugiu a essa regra. Esse conceito possui notável relevância na formação matemática de qualquer cidadão atuante na sociedade contemporânea. Além de estar ligado a situações que envolvem abstrações, interpretações e resolução de problemas relativos a diversos fenômenos estudados em várias áreas do conhecimento humano, possui também uma importante relevância científica e social. Desta forma, percorrer o caminho histórico de construção desse conceito pode propiciar uma melhor compreensão do mesmo.

Segundo Eves (2004), o aparecimento de novas formas de sociedades ao longo dos grandes rios da África e da Ásia – o Nilo na África, o Tigre e o Eufrates na Ásia Ocidental, o Indo e depois o Ganges no sul da Ásia Central e o Howang Ho e depois o Yangtze na Ásia Oriental, deram o embasamento prático à matemática primitiva dessa época, onde que os trabalhos de drenagem de pântanos, o controle de inundações e a irrigação impulsionaram o desenvolvimento da matemática e o das tecnologias. Desta forma, esse autor destaca que a

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Segundo Chevallard (1991), um metatexto é um texto criado no momento de realizar o processo de transposição. Câmara dos Santos (1997) o caracteriza como a criação de um novo texto didático, impregnado pela subjetividade de cada professor.

matemática primitiva desenvolveu-se em certas áreas do Oriente Antigo, primordialmente como uma ciência prática destinada a apoiar atividades ligadas à agricultura e à engenharia.

Rego (2000 apud Braz 2007) relata que a História da Matemática e os estudos de Kleiner (1989) e de Youschkevitch (1976) destacam a funcionalidade como uma das primeiras concepções do conceito de função, dentre os vários estágios desse conceito. A idéia de funcionalidade estava presente nas tabelas formuladas pelos astrônomos babilônicos e em estudos geométricos sobre a determinação de áreas pelos gregos. Neste sentido, pode-se afirmar que partindo do interesse em resolver problemas de natureza prática, emergiu de forma intuitiva o conceito de função, em seu mais originário sentido.

Rego (2000 apud Braz 2007), ainda destaca os trabalhos de Herácto, Zenão de Eléa e Aristóteles, relacionados ao estudo de processos de alteração de quantidade e de qualidade. Esses trabalhos constituíram os primeiros da época, cerca de 20 séculos antes de Cristo até o século XIV, e as relações funcionais contidas neles eram descritas em sua grande maioria, verbalmente ou quando muito, através de relações numéricas expressas em tabelas.

Saindo da idéia de funcionalidade que era atribuída ao conceito de função na Idade Antiga e chegando na Idade Moderna, temos segundo Eves (2004) que a palavra *função*, na sua forma latina equivalente, foi empregada pela primeira vez pelo matemático alemão Leibniz em 1694. Mais adiante, em 1718, Johann Bernoulli chegou a considerar uma função como sendo uma expressão formada de uma variável e algumas constantes. Nesse mesmo período, Euler chegou a considerar uma função como uma equação – fórmula – qualquer que envolvesse variáveis e constantes. Essa idéia proposta por Euler corresponde a um conceito de função muito comum entre alunos e professores da educação básica atualmente.

Diferentemente da idéia intuitiva de funcionalidade da Idade Antiga, o conceito de *função* no período Moderno era uma conjectura puramente abstrata e inteiramente voltada para o campo da matemática pura. Eves (2004) ressalta que além de Euler, outros matemáticos tiveram suas contribuições para a construção do conceito de função como Descartes, Galileu Galilei, Newton, Dedekin, Cauchy e Joseph Fourier. Dentre tantos que contribuíram para o desenvolvimento do conceito de função a definição de Lejeune Dirichlet (1805 – 1859) é a mais próxima do que temos hoje. Dirichlet chegou a seguinte definição:

Uma variável é um símbolo que representa um qualquer dos elementos de um conjunto de números; se duas variáveis x e y estão relacionadas de maneira que, sempre que se atribui um valor a x, corresponde automaticamente, por alguma lei ou regra, um valor a y, então se diz que y é uma função (unívoca) de x. A variável

x, à qual se atribuem valores à vontade, é chamada **variável independente** e a variável y, cujos valores dependem dos valores de x, é chamada **variável dependente**. Os valores possíveis que x pode assumir constituem o campo de definição da função e os valores assumidos por y constituem o campo de valores da função (EVES, 2004, p.661).

Eves (2004) discute também que essa definição é tão ampla que dispensa a necessidade de qualquer forma de expressão analítica a relação que há entre x e y, essa definição acentua a idéia de relação entre dois conjuntos de números. Ainda segundo Eves (2004), no século XX foi apresentada uma nova definição para o conceito de função através da linguagem da Teoria dos Conjuntos, que abrangeu relações entre dois conjuntos de elementos quaisquer, sejam esses elementos números ou qualquer outra coisa. Essa nova definição deu maior ênfase á área da álgebra abstrata. Desta forma, de acordo com a Teoria dos Conjuntos, uma função f é, por definição, um conjunto qualquer de pares ordenados de elementos, pares esses sujeitos à seguinte condição:

Se  $(a_1,b_1) \in f$ ,  $(a_2,b_2) \in f$  e  $a_1 = a_2$ , então  $b_1 = b_2$ . O conjunto A dos primeiros elementos dos pares ordenados chama-se domínio da função e conjunto B de todos os segundos elementos dos pares ordenados se diz imagem da função. Assim, uma função é simplesmente um tipo particular de subconjunto do produto cartesiano A x B. (EVES, 2004, p.661).

#### O Livro Didático

Atualmente, o livro didático se constitui um material um tanto polêmico, combatido por uns e defendido por outros, como se fosse algo muito novo. O livro didático tem uma trajetória antiga, seja nas sugestões de Platão para a composição dos livros, ou ainda, na grande obra de Euclides: *Os elementos*, que ultrapassou mais de 20 séculos como um importante manual didático.

A produção dos manuais didáticos ao longo dos tempos tem recebido influência social, cultural, política e econômica do momento histórico vivido. As obras normalmente estão subordinadas às legislações em vigor e são modificadas de acordo com as concepções educacionais vigentes.

O livro didático, certamente, ocupa um lugar de destaque no cenário educacional brasileiro, integrando políticas públicas, delimitando propostas pedagógicas, ou ainda, sendo utilizado como material de apoio (único ou complementar) nas atividades desenvolvidas na sala de aula. Nesse contexto, em que os livros didáticos são partes integrantes da cultura

escolar brasileira, a produção de livros escolares deverá estar focada na formação e na autonomia dos educandos, assegurando-lhes aprendizagem efetiva e contribuindo para tornálos cidadãos participativos.

Freqüentemente, os manuais didáticos se constituem como único recurso disponível para o trabalho docente e exercem forte influência sobre a atuação do professor, norteando suas ações em sala de aula. Desse modo, o livro didático acaba sendo a diretriz básica do professor, e não apenas um suporte, um apoio. Ele é também, muitas vezes, o único material de estudo que o professor tem disponível para a sua formação continuada.

A questão da produção e uso do livro escolar é um tema polêmico, não só no Brasil, mas, também, em outras partes do mundo. Diversos pesquisadores, tais como: Belfort (2003); Bastos (2004); Batista; Rojo e Zúñiga (2003) têm procurado compreender o verdadeiro papel dos livros didáticos na educação básica, suas vantagens e desvantagens, sua história e influência na determinação do currículo, sua utilização em sala de aula, importância no processo de ensino-aprendizagem, a forma de escolha, sua qualidade etc.

O livro didático de matemática, no Brasil, tem sido historicamente o principal instrumento de sistematização do saber matemático ao quais os professores recorrem. Muitas vezes os planos de curso, ao longo de um semestre letivo, são transcrições dos capítulos trazidos no livro adotado pela escola, inclusive na mesma ordem de aparecimento dos conteúdos que o autor do livro define.

Por outro lado, os pais fazem uma espécie de "vigilância" para saber se os livros estão sendo utilizados, se os alunos estão sendo cobrados a fazerem os exercícios propostos no livro, utilizando-o como um instrumento que possibilita regular se o professor é bom, ou não; se é cumpridor das suas obrigações pedagógicas, ou não.

A escolha do livro didático também é um ponto crítico de discussão. Muitas vezes a adoção do livro didático sequer passa pelo professor, que deve apenas se subordinar a ele, por ter sido adotado pela escola na qual trabalha.

## Metodologia

Foi escolhido um professor que leciona uma turma de EJA, numa escola pública, com formação em Matemática e que estava disposta a participar de nossa pesquisa. Esta pesquisa foi qualitativa, já que nosso foco se manteve sobre este professor que possui Licenciatura

plena em Matemática e Especialização em Ensino de Matemática e leciona há 22 anos.

Foram desenvolvidas as seguintes etapas:

- Contato com o professoro, repassando nossas idéias do projeto;
- Visita à escola no período noturno, visando observar uma turma de EJA e também pelo assunto que seria abordado (Gráfico de função do 1º grau);
- Filmagem durante 30 minutos de aula, tendo as filmadoras dois focos, um sobre os alunos que eram poucos e outra sobre o professor;
  - Análise do vídeo em conjunto;
- Entrevista com a professora através de questionário, mantendo o foco sobre a escolha dos materiais didáticos utilizados, a seleção de conteúdos e a linguagem na sala, ou seja, o que se refere à transposição didática interna;
- Confronto das respostas do professor a respeito de sua aula com o vídeo que foi analisado;
  - Análise do livro didático utilizado pelo professor para a elaboração das suas aulas.

## Análise da prática pedagógica

A análise foi feita em duas etapas. Inicialmente, foram analisadas as respostas ao questionário. Os resultados são sintetizados a seguir.

O professor leciona em uma escola pública estadual da Região Metropolitana do Recife. A referida escola tem cerca de 1000 alunos distribuídos em 18 salas nos níveis fundamental, médio e EJA. Como infra-estrutura pedagógica, a escola conta com Laboratórios de informática, matemática, física, biologia e química. Auditório e Biblioteca. Tem como equipe pedagógica um diretor, um adjunto, uma secretária e os professores.

O professor sujeito da pesquisa não adotou livro para a EJA, porque a escola também não adotou, de modo que utiliza o livro disponível na escola para o ensino regular. Segundo ele, o conteúdo adotado depende das necessidades dos alunos e das diretrizes para o currículo. Quanto a este aspecto, o professor declarou gostar mais de função, organizando assim uma atividade de ensino:

- "1°) O aluno tem que primeiro relacionar dois conjuntos através de uma lei de formação (relação);
- 2°) Através das relações construídas eles identificam quais representam uma função;

3°) Representam essas funções no Plano Cartesiano e então unem seus pontos formando uma reta (a função do 1° grau)."

Aqui comentamos que o professor não desenvolve a idéia que relaciona a lei de formação da função com o gráfico, ou seja, o gráfico é anunciado pelo professor e alguns pontos ligados formam o mesmo.

Passando à análise da aula do professor, no que se refere às idéias de Chevallard (1991) acerca da transposição didática, podem ser feitas as considerações que seguem.

Observamos que o professor usa o formato algébrico segundo o modelo desenvolvido na Idade Moderna, discutido anteriormente, onde define a função escrevendo a lei sem relação com o contexto. Esta abordagem que o professor faz sobre o conceito de função parece ser influenciada pelo livro didático que ele utiliza para preparar suas aulas. Este livro aborda o conceito de função do 1ª grau de uma forma puramente algébrica e descontextualizada conforme ilustramos nesse documento (ilustração 2). Hoje, com todos os aparatos diretivos no sentido de contextualizar o conteúdo, os alunos podem ter uma aprendizagem distante da sua realidade.

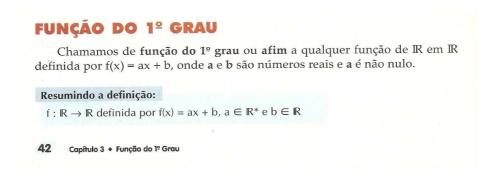


Ilustração 2 - Livro didático

Outro ponto observado é em relação aos termos usados. O professor refere-se a "reta" e escreve no quadro "segmento de reta", de modo que pode confundir os alunos. O professor, ao fazer a transposição, portanto, descaracteriza os conceitos. Chamamos Chevallard, quanto atenta para a "vigilância epistemológica", onde se deve ter o cuidado para não distorcer o conceito ao dar-lhe uma nova roupagem.

Finalmente, observamos uma deformação quando da transposição ao apresentar o gráfico da função. No caso da aula, em que o professor tratava de função do primeiro grau, informou que o gráfico era uma reta sem associação com a lei que a definia. O modo como

fez isso foi construindo uma tabela de pares ordenados onde os valores das abscissas eram dados por ela e as ordenadas eram calculadas pela lei de formação da função.

Aqui chamamos a atenção para um fato importante: dois pontos definem uma reta, que pode ser paralela ao eixo das abscissas, no caso definida por f(x) = c, onde c é um número real. Sabemos da teoria dos polinômios, que cada raiz determina o ponto onde o gráfico da função intercepta o eixo das abscissas. No caso de uma função polinomial da forma

 $F(x)=(x-x_1)...(x-x_n) \ , \ onde \ x_1, \ x_2, \ ..., \ x_n \ são \ as \ raízes \ do \ polinômio, \ o \ que \ pode \ acontecer \'e que, se os valores dados a x na tabela forem os mesmos das raízes do polinômio, então todas as ordenadas \ valerão zero, e o gráfico será uma reta sobre o eixo das abscissas, e não uma curva que intercepta o eixo x nas raízes.$ 

## Considerações finais

O saber que se institui em sala de aula, conforme aludido no texto, não aparece neste ambiente didático tal qual ele foi produzido na comunidade científica. Ele passa por um processo de transformação, de deformação – no sentido de que lhe é dado uma nova forma - para que ele possa se transformar em um saber a ser ensinado.

Nesse contexto de transformações/deformações que sofre o saber científico para poder transforma-se em saber ensinado é necessário que seja realizado uma *vigilância epistemológica*, para que tais deformações e adaptações não resultem por "desfigurar" de maneira tal o saber original, que o saber a ensinar deixe de ser fiel a ele, podendo desta forma desenvolver certos obstáculos à aprendizagem.

Na sala de aula o professor não traduz fielmente o texto do livro didático para os alunos, mas, sim, transforma-o, reescrevê-o, criando o que Chevallard (1991) chama de metatexto. Nesse processo de transposição didática interna é o professor que vai transforma esse saber para os alunos, negociando com eles a sua gestão, os papéis que cada um deverá assumir, para que esse saber possa ser ensinado e aprendido. Desta maneira, o professor necessita está atento as transformações, adaptações e deformações que ele realiza ao elaborar o saber a ser ensinado, tendo o devido cuidado para não descaracterizar o saber a ser ensinado.

Percebemos nas nossas analises a relação contrato didático, proposto por Brousseau (1986), e transposição didática como um elemento extremamente importante a ser

considerado em pesquisas futuras.

# REFERÊNCIAS

BASTOS, M. S. O Livro Didático nas aulas de Matemática: um estudo a partir das concepções dos professores. Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife: UFPE - ENEM, 2004.

BATISTA, A. A. G.; ROJO, R.; ZÚÑIGA, N. C. Produzindo livros didáticos em tempo de mudanças (1999-2002). In: Livros Didáticos de Língua Portuguesa: letramento e cidadania, Val, M. G. C.; Marcuschi, B. (Orgs.). Belo Horizonte: CEALE, 2003.

BELFORT, E. Reflexões sobre o Papel do Livro Texto em Matemática: um Carcereiro ou um Bom Companheiro?. Anais do XI Congresso Inter-Americano de Educação Matemática. Blumenau: FURB-CIAEM, 2003.

BRASIL, Ministério da Educação. (1997). **Parâmetros Curriculares Nacionais - Introdução.** Brasília: MEC.

BRASIL, Ministério da Educação. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias – Brasília, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, vol. 2, 2006. 135p.

BROUSSEAU, G. (1986) Fondementes e méthodes de la didactique dês mathématiques. **Recherche en Didactique des Mathématiques**, 7(2), 33-115.

BRITO MENEZES, A.P.A.. Contrato Didático e Transposição Didática: Inter-Relações entre os Fenômenos Didáticos na Iniciação á Álgebra na 6º Série do Ensino Fundamental. Tese de Doutorado não publicada, UFPE, 2006.

CHEVALLARD, Y. (1991) La Transposition Didactique: Du Savoir Savant au Savoir Ensigné. Grenoble, La pensée Sauvage.

\_\_\_\_\_, BOSCH, M.; GASCÓN, J. (2001) **Estudar Matemáticas**: **O Elo Perdido entre o Ensino e a Aprendizagem.** Porto Alegre: Artes Médicas.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Unicamp, 2004.

SILVA, J. D.; FERNANDES, V. S. **MATEMÁTICA**. Coleção Horizontes. Ed. IBEP – ISBN 85-342-0288-5.